

## Энергетические способы однопозиционной пассивной радиолокации на основе замечательных точек треугольника.

УДК 621.396.96

Автор: Логинов Ю.И.

Аннотация.

В статье рассматриваются способы однопозиционной пассивной радиолокации с использованием свойств треугольника и его замечательных точек. Активная радиолокация обеспечивала определение координат объектов путем приема отраженных этими объектами импульсных сигналов, излученных радиолокационной станцией (РЛС). Станция при этом демаскировала себя. В технической литературе ошибочно утверждается, что для полного пассивного определения координат объекта необходимо совместное использование нескольких ( $\geq 2$ ) РЛС, разнесённых на некоторое (известное) расстояние»[2,3,4]. Пассивная радиолокация якобы не позволяет найти дальность лоцируемого объекта по данным приёма сигналов только в одном пункте. Такое утверждение является не только ошибочным, но и вредоносным. Вредоносность его состоит в том, что оно отрицает принципиальную возможность создания способа радиокоординатометрии, защищенного от обнаружения местоположения его средств путем локации радиотехнической разведкой. В статье вынесены для обсуждения пять энергетических способов однопозиционного определения координат местоположения источника радиоизлучения (КМП ИРИ), использующих различные замечательные точки. Преимущество энергетических способов однопозиционного определения КМП ИРИ перед угломерными или дальномерно – угломерными, описанными в [1], состоит в простоте антенной системы приемного устройства. Замена логопериодической или фазированной антенной решетки-сложной в эксплуатации на штыревую антенну позволяет выполнить радиолокатор в ручном исполнении. При этом, для измерения параметров КМП ИРИ используется сканирующее радиоприемное устройство (РПУ), а для расчета: произвольная (виртуальная) точка, образующая с местоположением пеленгатора и ИРИ треугольник. Измеренный уровень

сигнала искомого ИРИ и замечательные свойства и точки этого треугольника позволяют произвести оценку КМП ИРИ. При этом, приняты допущения и выполняется следующий алгоритм:

1. Окружающее пространство принимается изотропным.
2. Устанавливаются и используются корреляционные зависимости по напряженности поля (уровню сигнала) в виртуальной точке и точке расположения РПУ. Теория однопозиционного определения КМП ИРИ основана на установленной взаимосвязи, как по расстоянию между точками-вершинами треугольника, так по напряженности поля (уровню сигнала). При этом, напряженность поля принимается обратно пропорциональной соответствующим расстояниям. А взаимосвязи азимутов превращают этот способ в известный двухпозиционный.
3. По заданным координатам опорной РЭС, принятым за истинные, устанавливают калибровочные характеристики (КХ) способа, представляющие зависимости вычисленных в декартовой системе координат значений КМП ИРИ от истинных. Установление калибровочных характеристик является основным, принципиальным и основополагающим действием, позволяющим в дополнение к измеренному азимуту на искомый ИРИ определить и дальность до него.
4. По калибровочным характеристикам способа выполняют коррекцию вычисленных КМП ИРИ. В статье показано, что для некоторых замечательных точек оценка отличается от действительных координат местоположения ИРИ. В этом случае вводят корректировку координат по (КХ) способа. Приведены примеры получения КХ по широте местоположения искомого ИРИ. Рассмотрены пять замечательных точек треугольника: точка пересечения медиан и биссектрис а также точка Лемуана - точка пересечения симедиан.

Рассмотрен способ определения координат на основе теоремы косинусов, синусов и кливеров. В конце статьи сделаны выводы:

1. Что среди 32000 замечательных точек треугольника, количество которых всё продолжает возрастать, должны быть ещё и другие замечательные точки, подобные точке Лемуана.

2. На основе приведенных, в качестве примеров, пяти замечательных точек (ЗТ) для определения КМП ИРИ можно выделить следующие общие их этапы:

1. Задание координат расположения виртуальной точки и измерителя параметров искомого ИРИ, например, в начале координат.
2. Измерение параметров искомого ИРИ, выполняемое пеленгатором на РКП.
3. Получение формул связи местоположения ЗТ с координатами вершины треугольника, в которой предполагается размещение искомого ИРИ.
4. Получение по формулам связи калибровочной характеристики по широте или долготе местоположения искомого ИРИ для каждого варианта использования ЗТ.
5. Получение истинных значений КМП ИРИ по калибровочным характеристикам.

Ключевые слова: Координаты местоположения, калибровочные характеристики, однопозиционность.

Основная часть

1. Способ на основе медиан.

Для определения КМП ИРИ на основе медиан, используем рис.1.1.

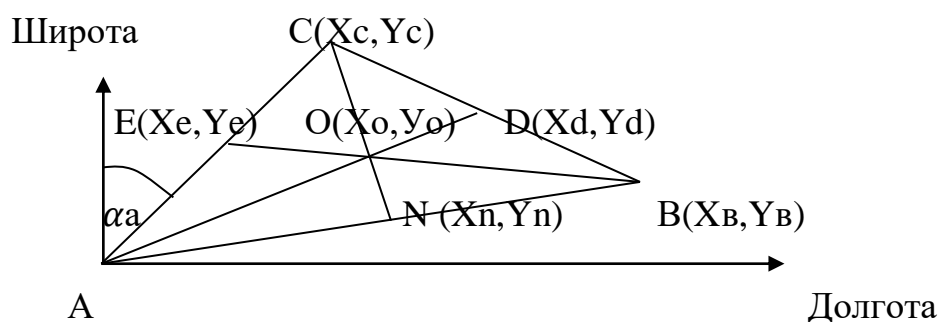


Рис.1.1.  $O(X_o, Y_o)$ -точка пересечения медиан  $AD, BE, CN$

Координаты точек деления медианами противоположных сторон пополам запишем в виде:  $X_d=0,5(X_c+X_b)$ ,  $Y_d=0,5(Y_c+Y_b)$ ,  $X_e=0,5(X_c+X_a)$ ,  $Y_e=0,5(Y_c+Y_a)$ ,  $X_n=0,5(X_b+X_a)$ ,  $Y_n=0,5(Y_b+Y_a)$  (1.1).

Запишем уравнение медианы AD:

$$Y_o = [X_o(Y_d - Y_a) + (X_d Y_a - X_a Y_d)] / (X_d - X_a).$$

$$\text{Или при: } X_a=0, Y_a=0 \quad Y_o = X_o Y_d / X_d \quad (2.1)$$

и медианы BE:

$$Y_o = [X_o(Y_e - Y_b) + X_e Y_b - X_b Y_e] / (X_e - X_b) \quad (3.1).$$

Координаты точки  $O(X_o, Y_o)$  пересечения медиан найдем из совместного решения уравнений (2.1) и (3.1) при условии  $X_a=0$  и  $Y_a=0$ .

$$X_o = [X_d (X_e Y_b - X_b Y_e)] / [Y_d((X_e - X_b) - X_d (Y_e - Y_b))] \quad (4.1).$$

Координату  $Y_o$  получают подстановкой (4.1) в выражение (2.1) или (3.1).

Для получения КМП ИРИ используем свойство медиан делиться в своей точке  $O(X_o, Y_o)$  пересечения в пропорции 2:1. Запишем формулой это свойство применительно к медиане CN:  $CO:ON=2:1$ . Перепишем это отношение через координаты точек C, O, N.

$$(X_c - X_o)^2 + (Y_c - Y_o)^2 - 4[(X_o - X_n)^2 + (Y_o - Y_n)^2] = 0$$

Отсюда получим квадратное уравнение для определения широты МП ИРИ:

$$Ax_c^2 - Bx_c + C = 0 \quad (5.1),$$

$$\text{где: } A = 1 / \cos^2 \alpha, \quad B = x_o + y_o \operatorname{tg} \alpha, \quad C = y_o^2 + 4[(x_o - x_n)^2 + (y_o - y_n)^2]$$

Уравнение (5.1) представляет калибровочную характеристику энергетического однопозиционного способа определения КМП ИРИ на основе медиан. Для его численного решения задают координаты опорной ИРИ  $(X_c, Y_c)$ , принимая их за истинные, градуируют по точкам расстояние до опорной РЭС, а затем по (5.1) вычисляют (точнее перевычисляют) координаты  $(X_c, Y_c)$  каждой градуируемой

точки.На

рис.2.1

приведена

эта

характеристика.

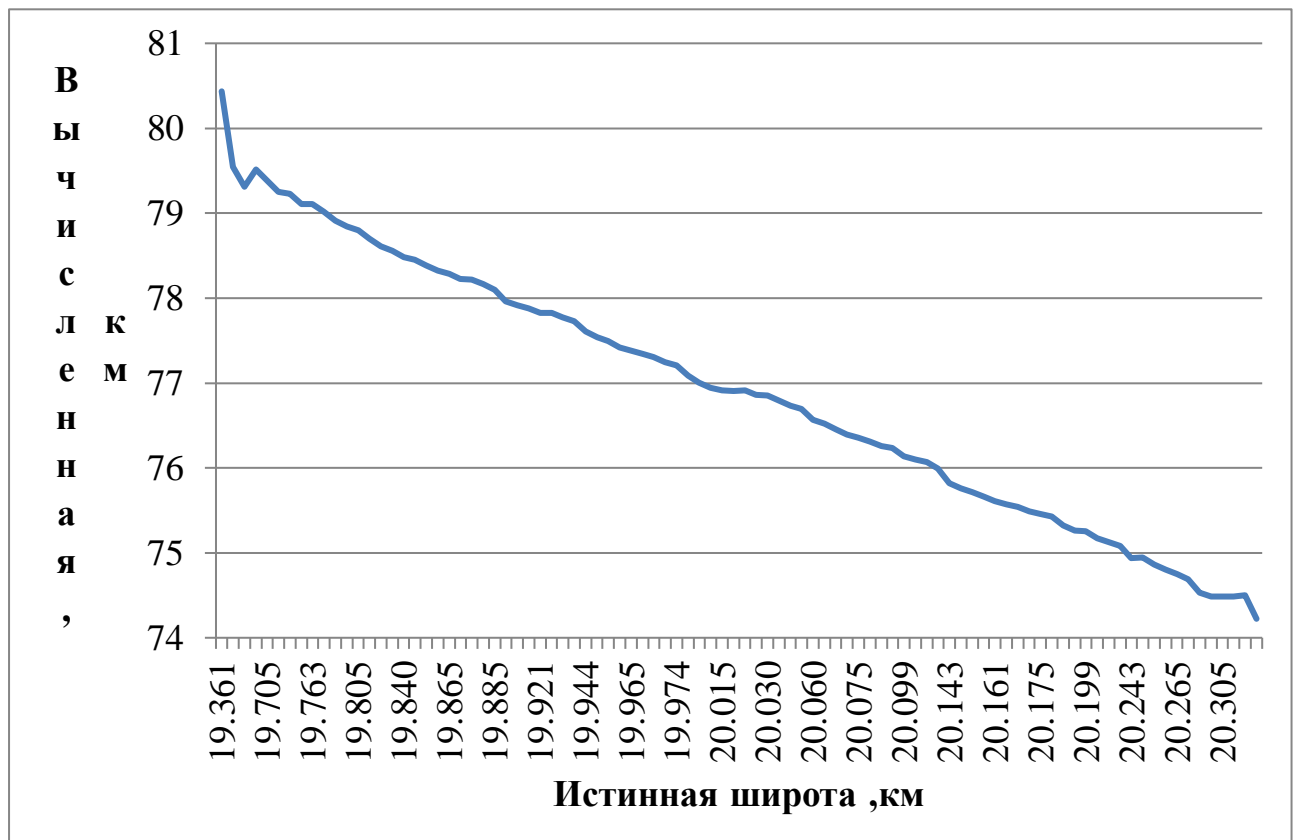


Рис.2.1. Калибровочная характеристика энергетического однопозиционного способа на основе медиан.

## 2. Центр Шпикера

Кливер треугольника — это отрезок, одна вершина которого находится в середине одной из сторон треугольника, вторая вершина находится на одной из двух оставшихся сторон, при этом кливер разбивает периметр треугольника пополам. Кроме того, кливер параллелен одной из биссектрис угла. Каждый из кливеров проходит через центр масс периметра треугольника ABC, так что все три кливера пересекаются в центре Шпикера.

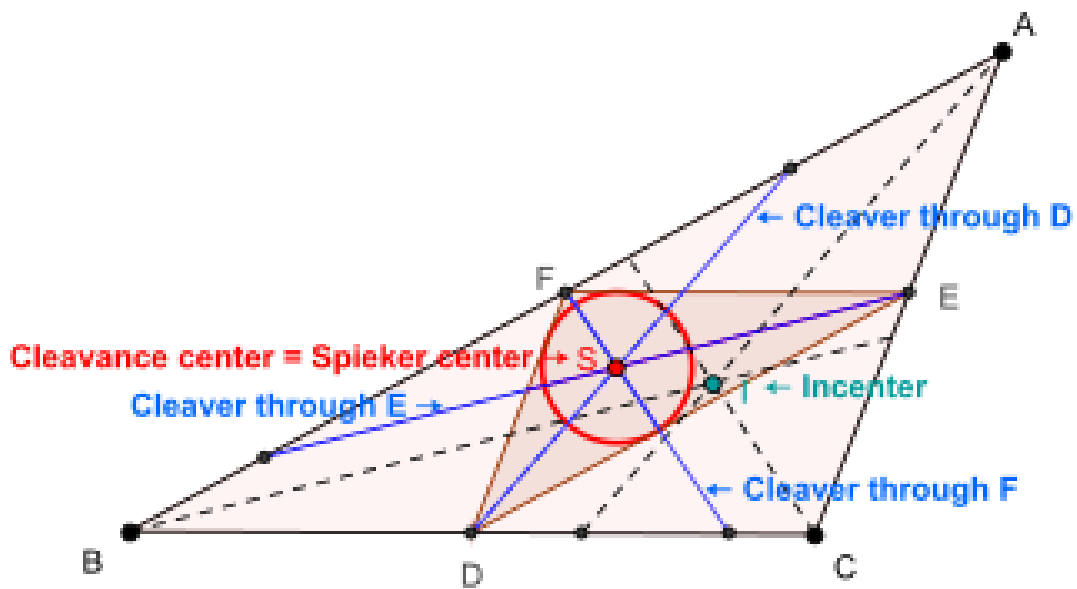


Рис.1. 2. Центр Шпикера  $S$  – центр пересечения кливеров.

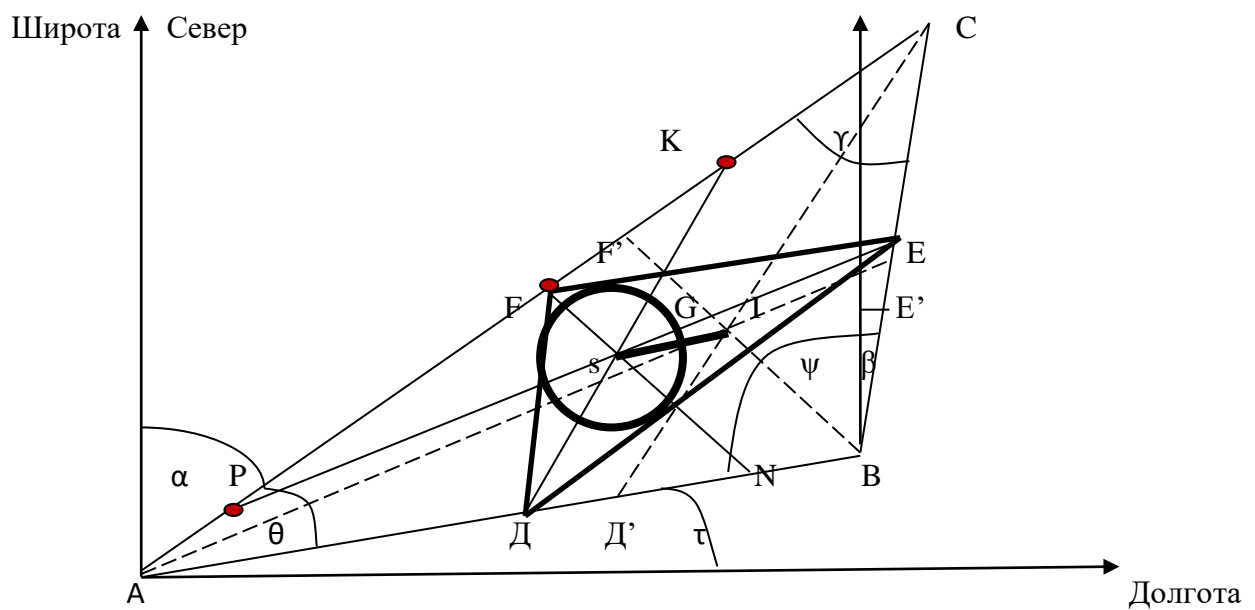


Рис. 2.2. Центр Шпикера  $S$  с тремя кливерами:  $DK, FN, EP$  и биссектрисами:  $AE', BF'$  и  $CD'$ .

Центр Шпикера треугольника является центром пересечения кливеров.

$S$  является [радикальным центром](#) трёх [внеписанных окружностей](#)<sup>[6]</sup>.

$S$  является центром кливеров треугольника  $ABC$  <sup>[1]</sup>

Каждый из кливеров позволяет определить координаты местоположения источника радиоизлучения (КМП ИРИ), размещенного в третьей вершине  $C$

произвольного треугольника ABC при следующих допущениях: 1. среда распространения принимается изотропной,

2. в диапазоне измеряемого пеленгатором азимуте находится только один ИРИ с неизменными параметрами по несущей частоте, мощности, высоте подвеса антенны, азимуту и другим параметрам излучения. При этом, используются координаты только двух вершин A и B треугольника ABC, образованного вместе с ИРИ и измеренный азимут  $\alpha$  из вершины A на ИРИ.

Первый, второй и третий варианты однопозиционного способа для одного кливера из точки E, являющейся серединой стороны BC, основаны на определении координат вершины C, как координат точек пересечения азимутальной линии BC с каждой из трёх азимутальных линий, проведенных через точку C и две точки из трёх: P, F и K. Уравнение прямой, проведенной через точки C, P и F имеет вид:

$$y_c = \frac{[x_c(y_F - y_p) + x_F y_P - x_P y_F]}{(x_P - x_F)} \quad (1.2).$$

Уравнения прямых, проведенных через точки C, P и K, а также C, F и K запишем:

$$y_c = \frac{[x_c(y_k - y_p) + x_k y_P - x_P y_k]}{(x_P - x_k)} \quad (2.2),$$

$$y_c = \frac{[x_c(y_k - y_F) + x_k y_F - x_F y_k]}{(x_F - x_k)} \quad (3.2).$$

Рассмотрим подробнее преобразования (1.2) первого варианта. Приравняем (1.2) к уравнению азимутальной линии из точки B на ИРИ.

$$\frac{[x_c(y_F - y_p) + x_F y_P - x_P y_F]}{(x_P - x_F)} = [y_b + (x_c - x_b) \operatorname{tg} \beta]$$

Выразим из последнего  $x_c$ :

$$x_c = \frac{[(x_P - x_F)(y_b - x_b \operatorname{tg} \beta) + x_P y_F - x_F y_P]}{[y_F - y_P - (x_P - x_F) \operatorname{tg} \beta]}$$

Поскольку кливер AE разбивает периметр треугольника на две половины, то есть  $EC + CP = PA + AB + BE$ , то  $CP = PA + AB$ . А так как  $CP = AC - AP$ , то

$$AP = (CA - AB) / 2 \quad . \quad \text{Следовательно,} \quad x_p = (x_c - AB \cos \alpha) / 2$$

После подстановки  $x_p$  получим квадратное уравнение:

$$x_c^2 + Bx_c + C = 0, \quad (4.2),$$

где:

$$A = \operatorname{tg}^2 \beta + 0.5 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$

$$B = (y_b - x_b \operatorname{tg} \beta) [1 - 0.5(1 - \operatorname{tg} \alpha)]$$

$$C = (x_b - y_b) \operatorname{tg} \beta - AB(y_b - x_b \operatorname{tg} \beta)(1 + \operatorname{tg} \alpha)$$

Аналогичным образом находят решение и уравнений (2.2) и (3.2) для определения  $x_c$  по второму и третьему варианту.

По уравнению (4.2) построена калибровочная характеристика, приведенная на рис.3.2 .

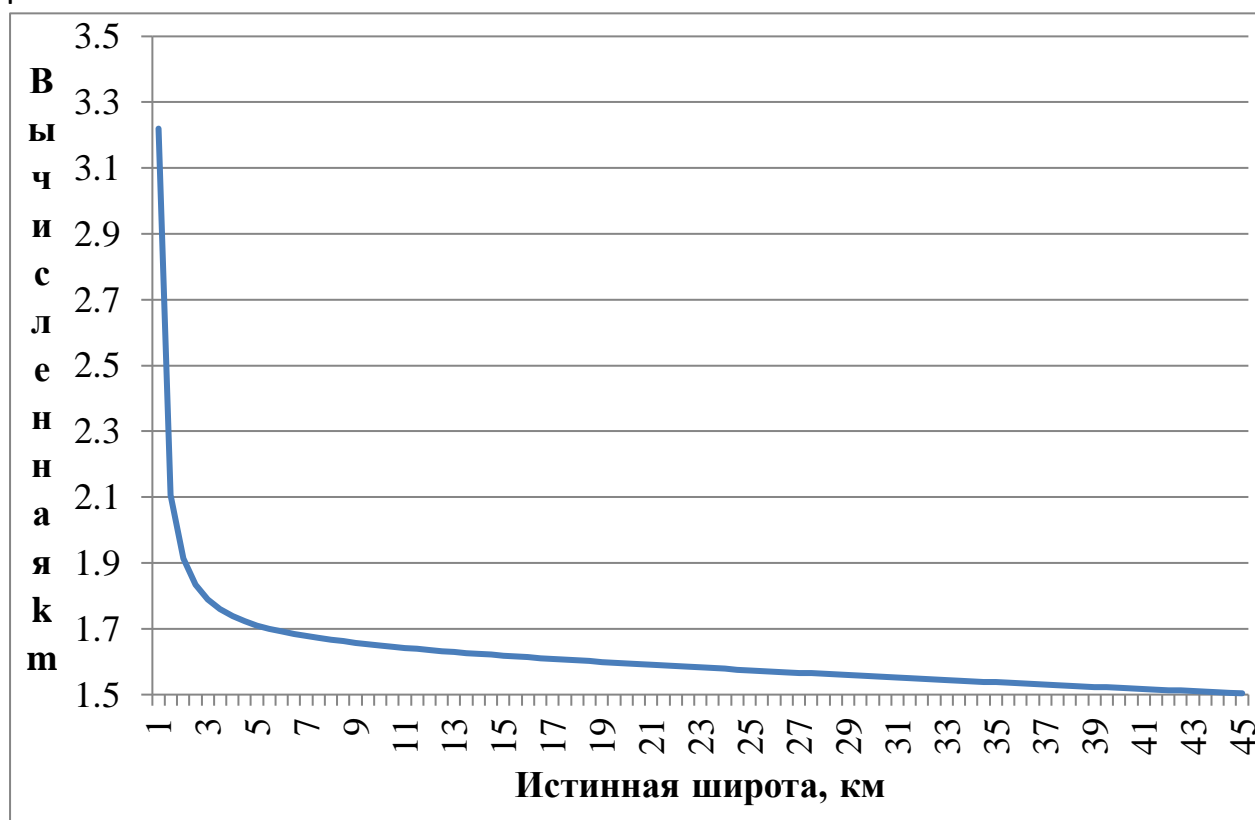


Рис.3.2. Калибровочная характеристика по широте.

Калибровочная характеристика позволяет по вычисленной широте получить истинную широту МП ИРИ. Чтобы избежать скрывания нелинейности КХ искомая функция- широта расположена по оси абсцисс, а аргумент-по оси ординат.



Возможен и другой способ отображения результатов определения КМП ИРИ, например, в виде зависимости расстояния в км от РКП до искомого ИРИ, определенного (по измерениям или вычислениям) от измеренного (или вычисленного) азимута или измеренной на РКП напряженности поля (ГД-градуировочная характеристика). Этот способ отображения показан на рис.4.2.

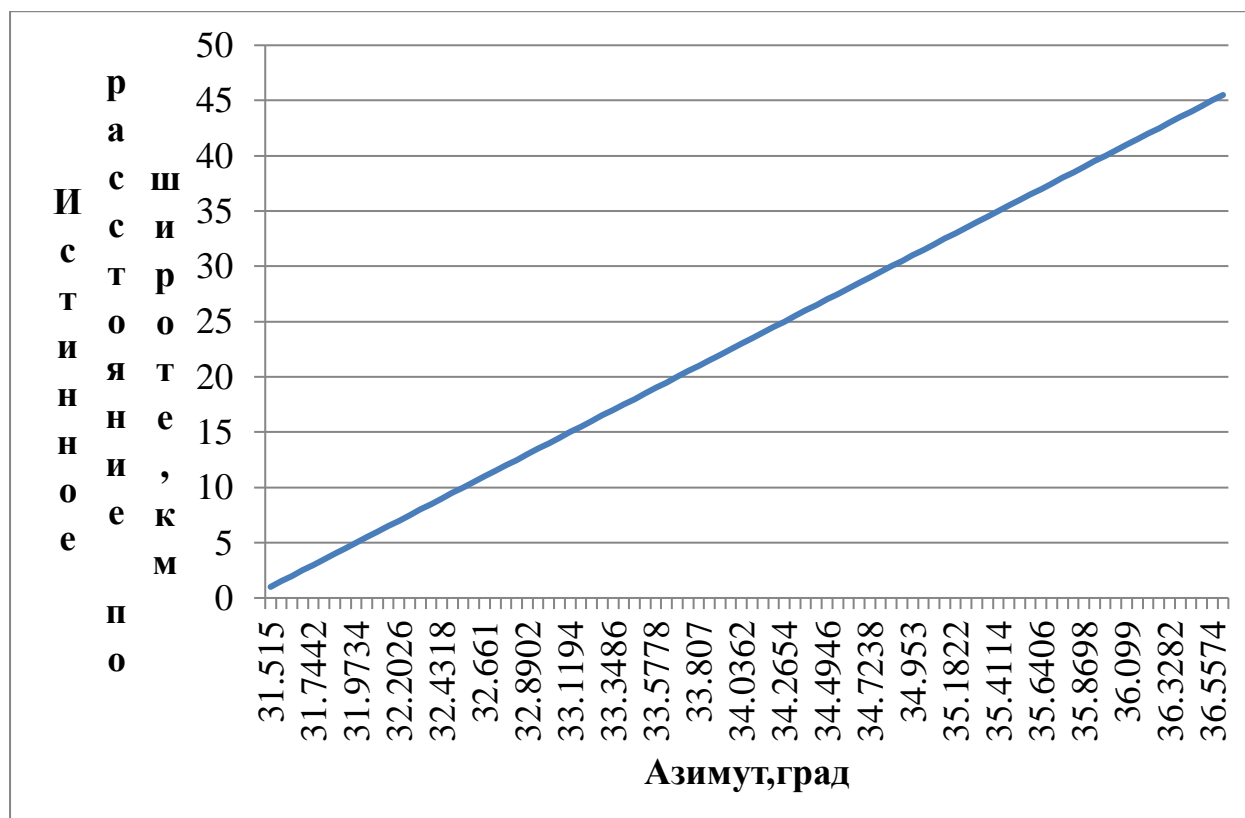


Рис.4.2. Градуировочная характеристика по широте.

Градуировочная характеристика получена для диапазона измеряемых азимутов 31,5- 36,4 и позволяет по измеренному азимуту получить истинное расстояние до искомого ИРИ. Например, при измеренном азимуте 34,0935 град расстояние до ИРИ по ГД составит 23,5км.

Варианты однопозиционных способов с четвертого по шестой как для кливера из точки Д, являющейся серединой стороны АВ, так и варианты однопозиционных способов с седьмого по девятый для кливера из точки F, являющейся серединой стороны АС, основаны на определении координат вершины С, как координат точек пересечения азимутальной линии ВС с каждой из трёх азимутальных линий, проведенных через две точки из трёх: Р, F и К. Определение КМП ИРИ выполняется подобно вариантам для кливера из Е. После определения координат точки Шпикера S, как точки пересечения трех кливеров, можно получить еще три варианта определения КМП ИРИ,

используя перпендикулярность радиуса окружности Шпикера каждому из кливеров: FD, FE и DE.

Выводы:

1. Используя пеленгатор для измерения азимута на искомый ИРИ и координаты точек пересечения азимутальной линии BC с каждой из трёх азимутальных линий, проведенных через две точки из трёх: F, P, и K, являющихся начальными или конечными точками трех кливеров, получили всего 12 (с учетом перпендикулярности радиуса окружности Шпикера и каждого из кливеров) вариантов способа для однозначного однопозиционного определения КМП ИРИ.

2. Разработанную теорию однозначного однопозиционного определения КМП ИРИ, вероятно, можно применить не к любой замечательной точке треугольника. Однако выявление таких замечательных точек, количество которых уже превышает 32000 и продолжает возрастать, является серьезной трудностью для получения способов однопозиционного определения КМП ИРИ и требует разработки специальной методики сортировки этих точек.

3. Разработанная методика применима не только к определению координат местоположения источников радиоизлучения, но и в других областях, в частности:

1. - для определения координат мест возгорания леса при использовании радиодатчиков дыма,
2. - для определения координат местоположения подводных лодок и косяков рыбы при применении радиодатчиков звуковых колебаний,
- 3- для определения координат местоположения участков радиоактивного загрязнения, используя соответствующие радиодатчики и дроны и др.

3. Определение КМП ИРИ по теореме косинуса и синуса

$$R_{ab}^2 = R_{bc}^2 + R_{ac}^2 - 2R_{bc} R_{ac} \cos(\theta + \beta). \quad (1.3)$$

Так как,  $R_{ac} = AC = \frac{x_c - x_a}{\cos \alpha}$ , а  $R_{bc} = BC = \frac{x_c - x_b}{\cos \beta}$ , то выражение (1) предстанет

в виде:

$$R_{ab}^2 = \frac{(x_c - x_b)^2}{\cos^2 \beta} + \frac{(x_c - x_a)^2}{\cos^2 \alpha} - 2 \frac{x_c - x_b}{\cos \beta} \frac{x_c - x_a}{\cos \alpha} \cos(\theta + \beta). \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) является функционалом относительно искомой функции

$x_c = F[x_a, x_b, AB, \cos \alpha, \cos \theta, \cos \beta(x_c)]$ , так как  $\cos \beta(x_c)$  является функцией

искомой широты  $x_c$ . После преобразования и упрощения

получим линейное уравнение с одним неизвестным  $x_c$  для определения

широты:

$$x_c = \frac{B}{A} \quad (3.3),$$

где:  $A = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2 \cos(\theta + \beta) / \cos \alpha \cos \beta$

$B = x_b [\operatorname{tg} \alpha - 2 \cos(\theta + \beta) / \cos \alpha \cos \beta]$ .

По уравнению (3.3) получена и приведена ниже на рис.1.3 калибровочная характеристика способа косинусов по широте.



Рис.1.3. Калибровочная характеристика способа по широте.

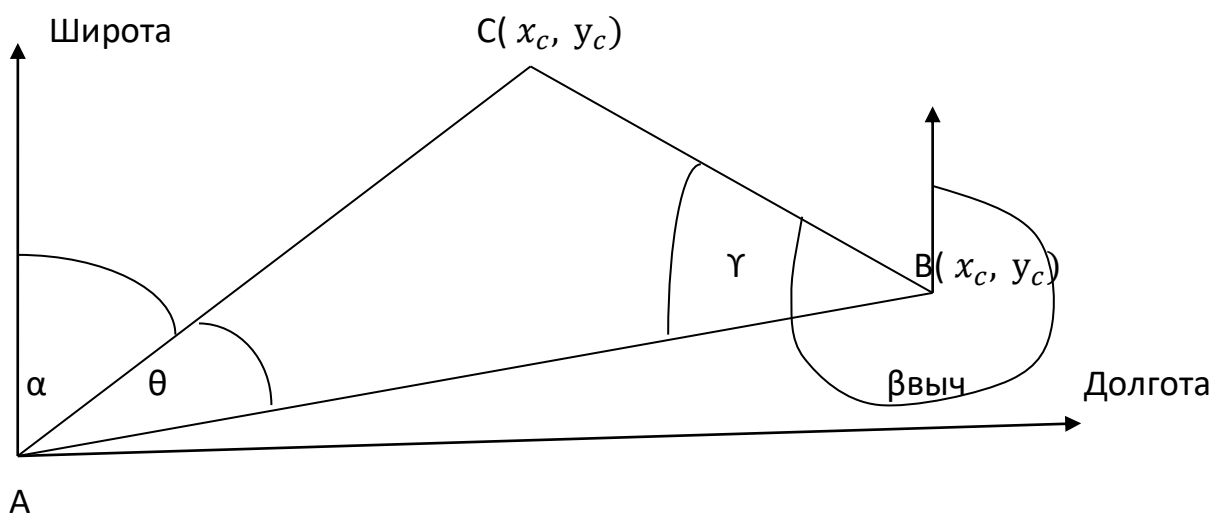


Рис.2.3. Треугольник ABC с измеренным в точке A азимутом  $\alpha$  на ИРИ и вычисленным для точки B азимутом  $\beta$ .

Порядок определения КМП ИРИ следующий. На предельном расстоянии по ЭМ досягаемости пеленгатора РКП выбирают опорную РЭС на измеренном азимуте. Затем равномерно градуируют это расстояние и перевычисляют координаты каждой точки градуировки. Получают градуировочную зависимость, как функцию координат(широты) точки  $x_c$  МП ИРИ от измеренного на него азимута  $\alpha$ . Так как каждой отградуированной точке соответствует широта местоположения и азимут, то по измеренному азимуту  $\alpha$  однозначно определяется и широта МП ИРИ.

$$\frac{BC}{\sin\theta} = \frac{AC}{\sin\gamma} \quad (1.3).$$

Так как  $BC = \sqrt{x_b^2 + x_c^2 - 2x_b x_c + y_b^2 + y_c^2 - 2y_b y_c}$  ,  $AC = x_c / \cos \alpha$  и

$\gamma = \beta_{\text{выч}} - \pi - (\alpha + \theta)$ , а  $\text{tg} \beta = \frac{[x_c \text{tg} \alpha - y_b]}{(x_c - x_b)}$ , то после подстановки этих выражений в (1) получим квадратное уравнение для  $x_c$  в виде:

$$Ax_c^2 - Bx_c + C = 0 \quad (2.3),$$

где:  $A = \frac{(\sin^2 \gamma - \sin^2 \theta)}{\sin^2 \gamma \cos^2 \alpha}$ ,

$B = 2(x_b - y_b \text{tg} \alpha)$  ,  $C = x_b^2 + y_b^2$ . По уравнению (2.3) получена градуировочная характеристика способа синусов по широте, приведенная на рис.3.3 ниже.

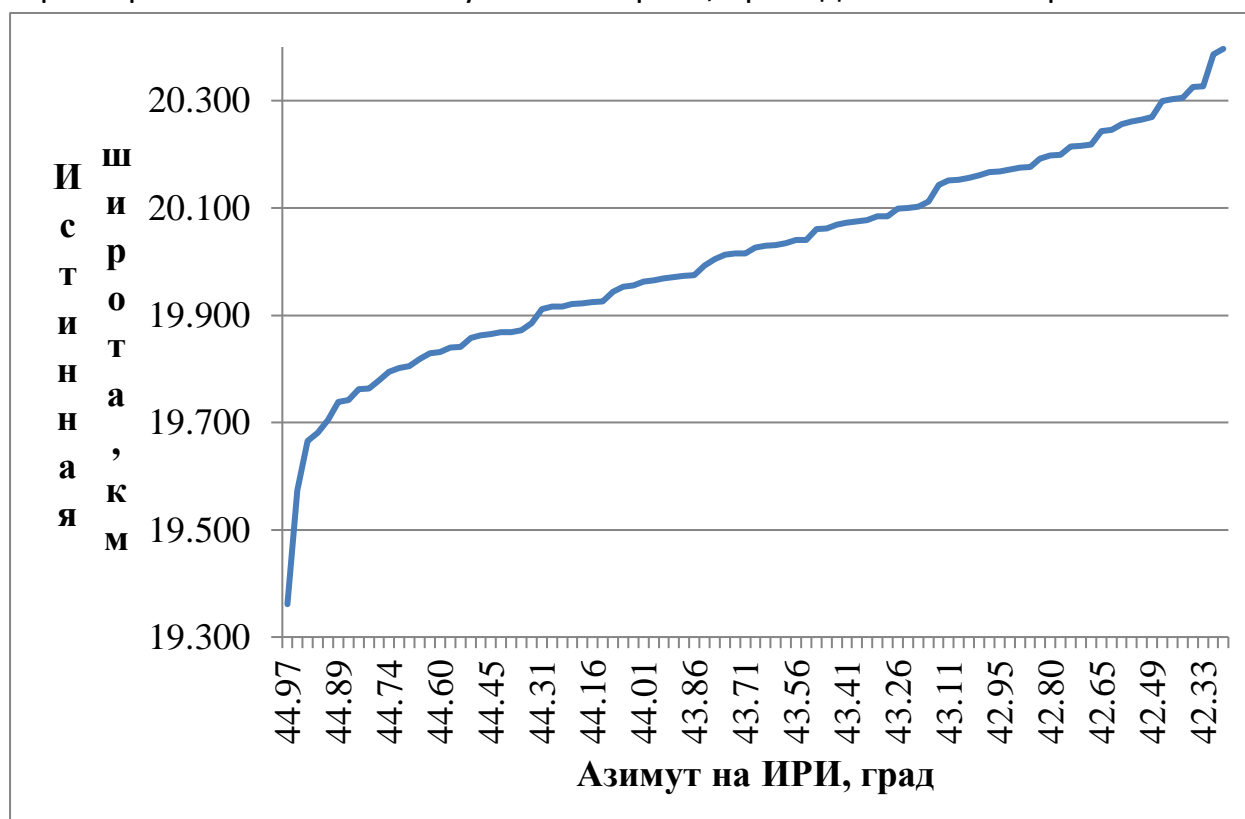


Рис.3.3. Градуировочная характеристика способа синусов по широте

При измеренном азимуте ,например,44,16 град широта МП ИРИ по градуировочной характеристике составит 19,922 км.

#### 4.Способ на основе биссектрис.

Рассмотрим определение КМП ИРИ пассивным энергетическим однопозиционным способом на основе биссектрис. Для иллюстрации способа приведем рис.1.4.

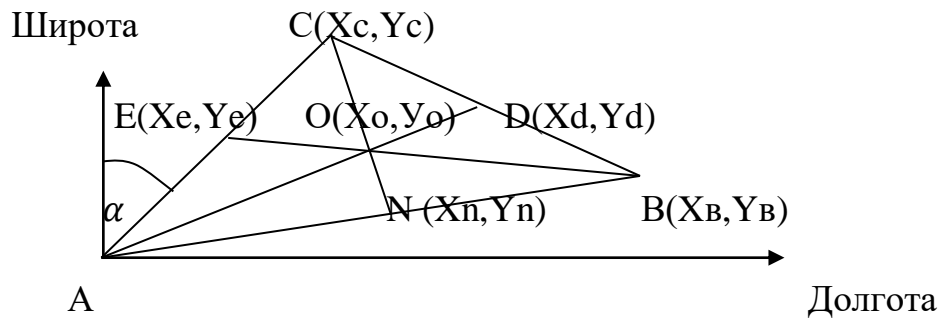


Рис. 1.4. Треугольник ABC с биссектрисами CN и BE.

В качестве основной особенности биссектрисы используем её свойство делить противоположную сторону на части пропорциональные прилежащим к ней сторонам треугольника. Запишем для биссектрисы CN это свойство, используя рис.1.4, в виде формулы:

$$AN:BN = AC: BC. \quad (1.4)$$

Обозначим отношение сторон AC: BC через M. Так как  $BN=AB-AN$ , то

$AN : (AB-AN) = M$  и запишем формулу(1.4) в виде

$$AN = AB * M: (1+M)$$

в которой величина M определяется через расстояния  $AC = x_c / \cos\alpha$

$$\text{и } BC = \sqrt{(x_c / \cos\alpha)^2 - 2x_c(x_b + y_b) + x_b^2 + y_b^2}$$

$$\text{На её основании получим: } x_c = \frac{Mx_b \cos\alpha}{(M \cos\alpha - \cos\beta)} \quad (1.5),$$

Численное решение уравнения (1.5) относительно  $x_c$  дает калибровочную характеристику способа, как зависимость вычисленного широты от истинного значения широты  $x_c$ .

Эта зависимость приведена на рис.2.4

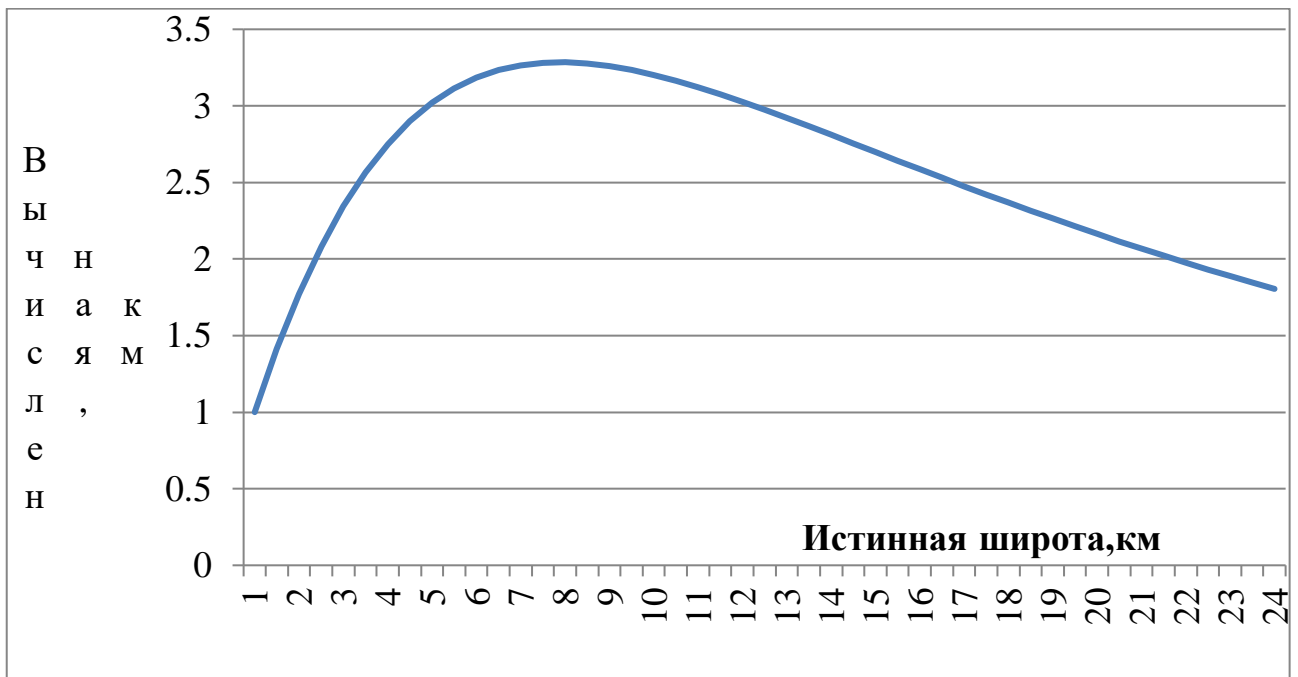


Рис.2.4. Калибровочная характеристика способа биссектрис по широте.

Эта же характеристика способа может быть преобразована в градуировочную, как зависимость истинной широты  $X_c$  от измеренного азимута на искомый ИРИ и представлена на рис.3.4

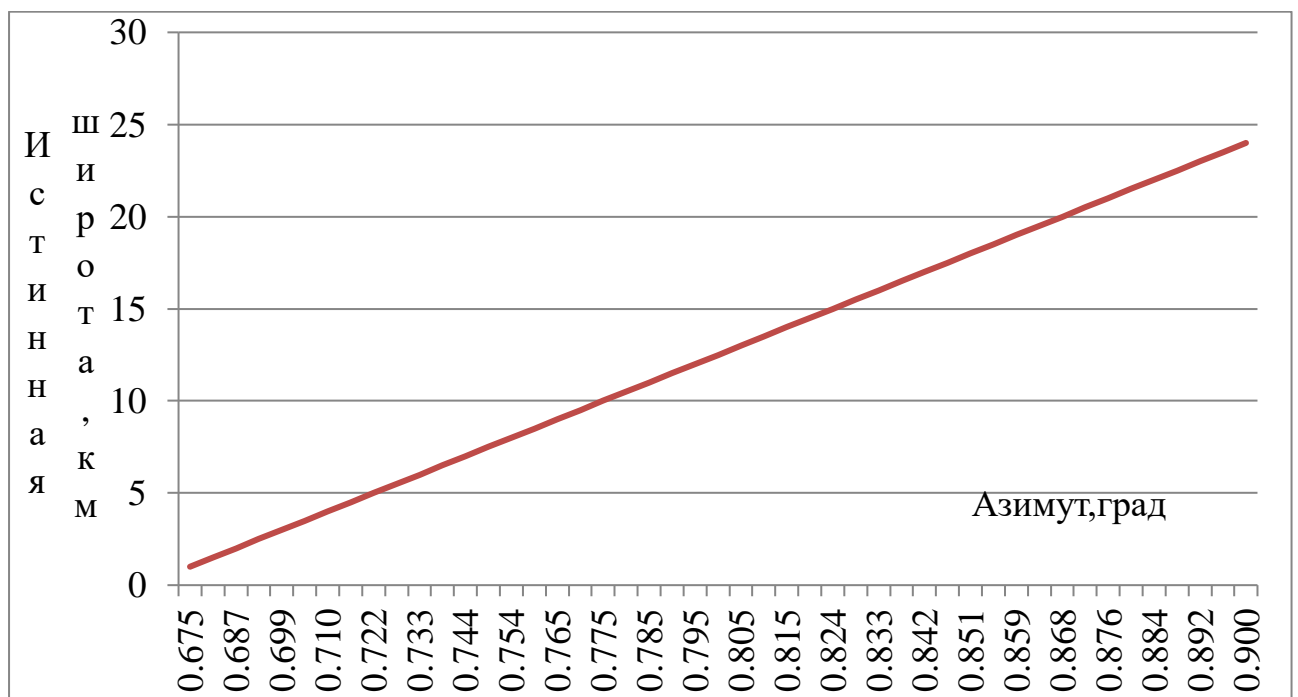


Рис. 3.4. Градуировочная характеристика способа биссектрис по широте.

## 5. Способ определения КМП ИРИ на основе симедиан

В энциклопедии центров треугольника [5,6], поддерживаемой профессором математики университета Эвансвилля (штат Индиана) Кларком Кимберлингом, в 2017г было приведено более 6000 замечательных точек треугольника, в 2018 таких точек было более 17000. В 2019г их было уже более 32000 и продолжает увеличиваться. Известны: точки Брокера, Жергона, Аполлония, Ван Абеля, Лемуана, Нагеля, Понселе, Шифлера, и многих других. Особенность их в том, что они своими координатами связывают координаты вершин треугольника. Так как две из трех вершин могут быть заданы, то, зная их координаты, наверное, можно по результатам измерения азимута или напряженности поля, определить и координаты третьей вершины, в которой, по предположению, находится искомый ИРИ.

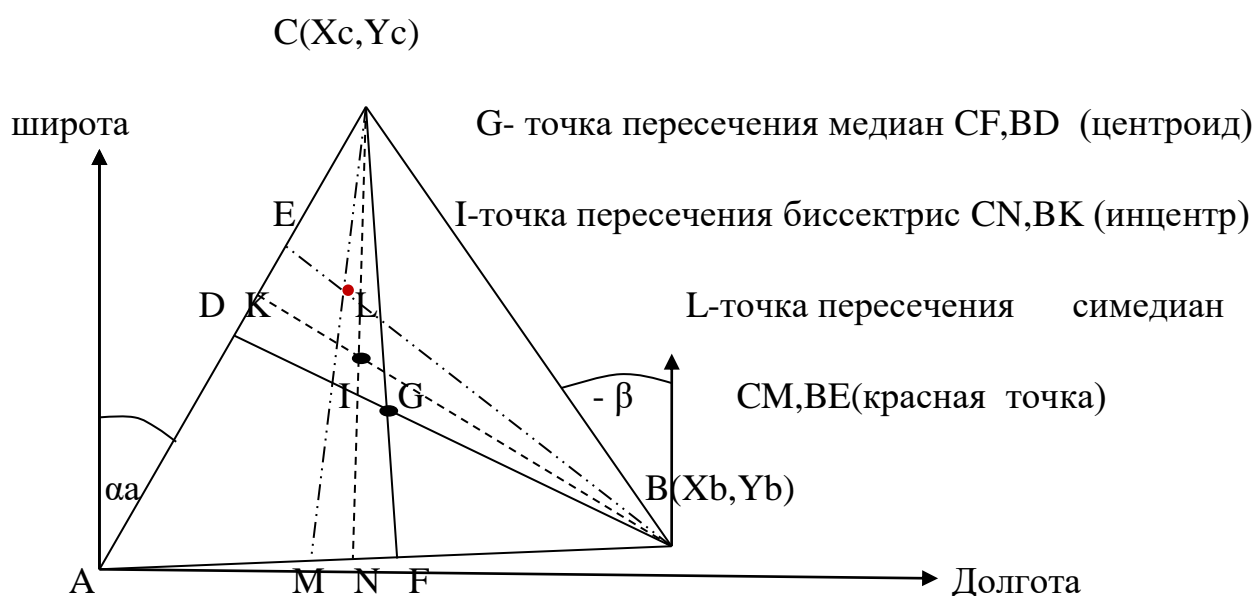


Рис.1.5.Треугольник ABC с тремя замечательными точками.

У точки Лемуана существует три равносильных определения:

1. точка пересечения прямых, соединяющих каждую вершину треугольника с точками пересечения касательных к описанной окружности, проведённых из двух других вершин.
2. точка пересечения симедиан.
3. точка пересечения прямых, соединяющих середины сторон треугольника с серединами соответствующих им высот.



Представляют интерес следующие свойства точки Лемуана :

1. Расстояния от точки Лемуана до сторон треугольника пропорциональны длинам сторон.
2. Точка Лемуана является точкой пересечения медиан треугольника, образованного проекциями точки Лемуана на стороны. Более того, такая точка единственна.
3. Точка Лемуана является точкой Жергонна треугольника, образованного касательными к описанной окружности в вершинах треугольника.
4. Симедиана делит противоположную сторону на части пропорциональные квадратам длин прилежащих сторон.

G-центроид, называемый ещё точкой Греббе, перед этим уже был рассмотрен для определения КМП ИРИ. Рассмотрена выше и точка пересечения биссектрис I со сторонами АВ и АС, как промежуточные на пути определения точки пересечения симметричных относительно биссектрис медиан- симедианы ВЕ и СМ, определяющих координаты точки Лемуана L, признанной одной из драгоценных камней в короне современной геометрии [6]. Используем четвертое свойство симедиан-делить противоположную сторону на части пропорциональные квадратам длин прилежащих сторон.

$$AM:MB = AC^2: BC^2 = M^2.$$

При этом, используем уравнение (1.5), к котором вместо M взят квадрат отношений расстояний (или обратных отношений напряженностей поля )  $M^2$ .

Аналогично способу биссектрис получим калибровочную и градуировочную характеристики, приведенные на рис.2.5 и рис.2.6.

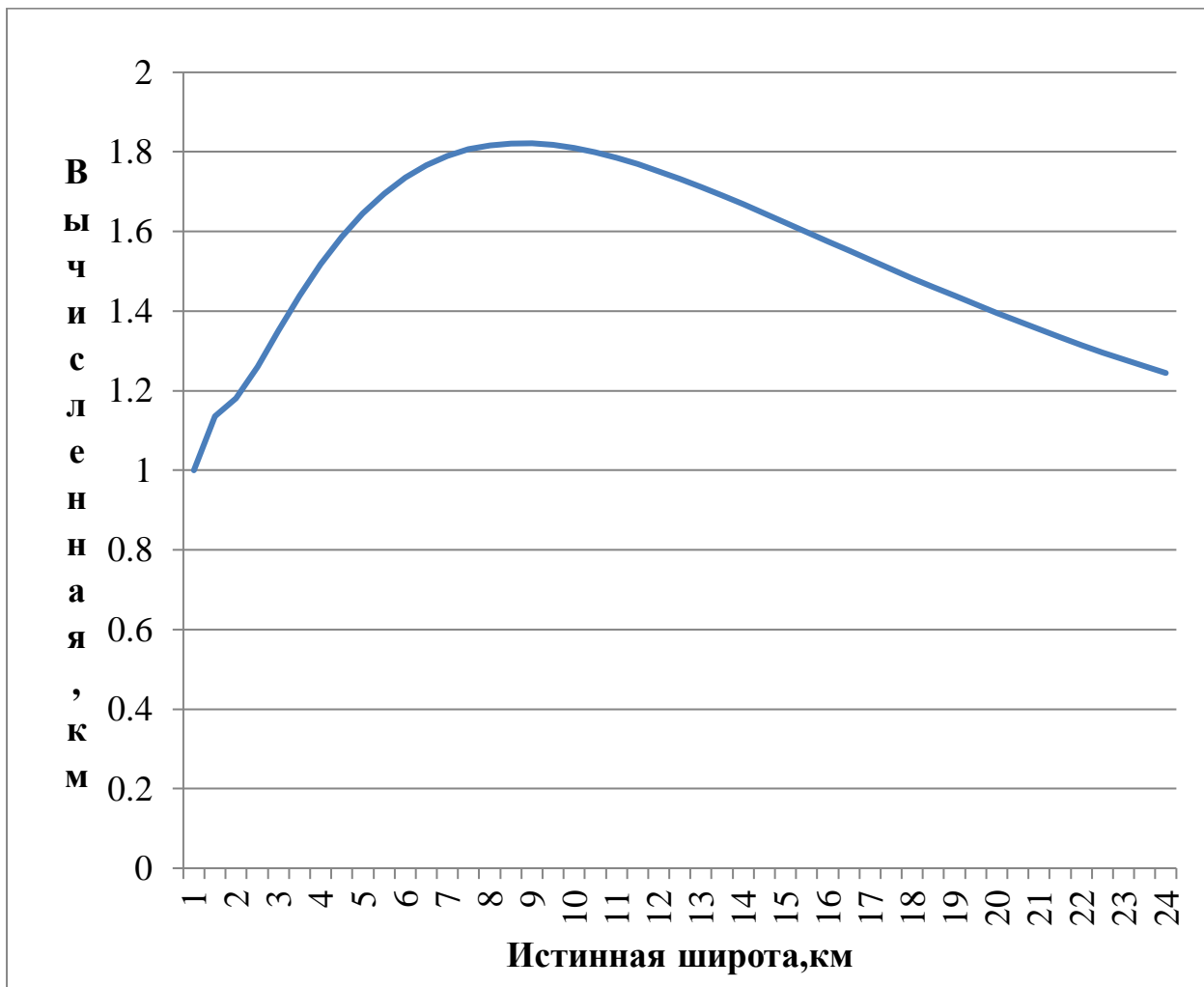


Рис.2.5. Калибровочная характеристика однопозиционного пассивного энергетического способа определения КМП ИРИ на основе симедиан.

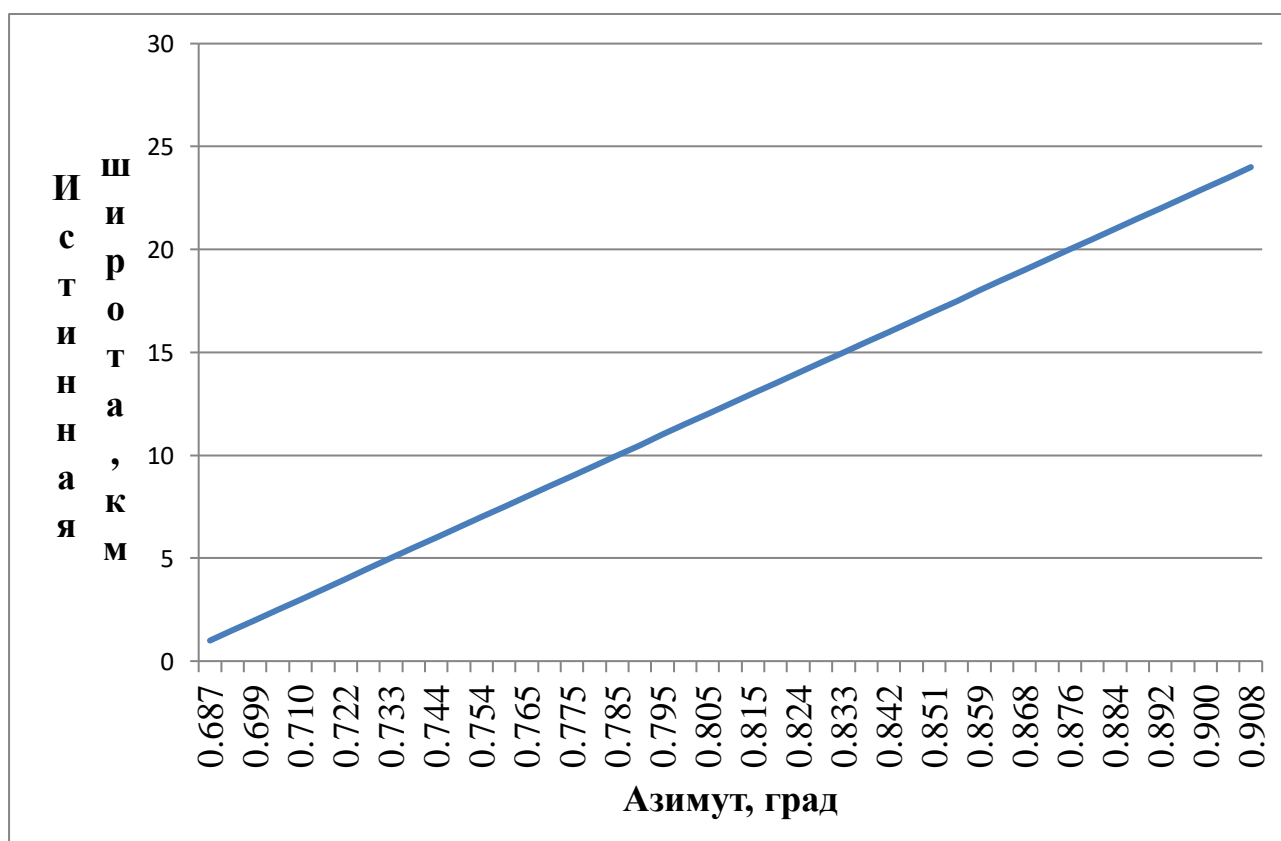


Рис.2.6. Градуировочная характеристика однопозиционного пассивного энергетического способа определения КМП ИРИ на основе симедиан.

Выводы:

1.Определение КМП ИРИ однопозиционным пассивным способом возможно как с применением замечательных свойств треугольников так и замечательных его точек.

2. Так как количество свойств треугольника и его замечательных точек существенно больше, чем функциональных зависимостей в треугольнике, и постоянно возрастает, то использование этих точек для целей радиokoординатометрии следует считать перспективным.

3.Свойства биссектрис и симедиан хорошо сочетаются с разностно-относительным методом определения КМП ИРИ.

Литература.

1. Логинов Ю. И. Способы однопозиционной радиokoординатометрии : электронное научное издание. — Казань : Издательство «Бук», 2019, с197.

2 Липатников В.А., Соломатин А.И., Терентьев А.В. Радиопеленгация. Теория и практика. Спб. ВАС, 2006г.-356с.

3. Малышкин Е. А., Пассивная: радиолокация, М., 1961; Николаев А. Г., Перцов С. В., Радиотеплолокация, М., 1964. Encyclopedia of 4.Triangle Centers.

4.Большая советская энциклопедия. Пассивная радиолокация.

5.Weisstein, Eric W. Kimberling Center (англ.) на сайте Wolfram MathWorld.

6. Honsberger, Ross (1995), "Chapter 7: The Symmedian Point", Episodes in Nineteenth and Twentieth Century Euclidean Geometry, Washington, D.C.: Mathematical Association of America.

Сведения об авторе. Логинов Юрий Иванович, к.т.н., с.н.с, пенсионер.

Имею около 40 патентов и свидетельств на изобретения, три монографии:

Логинов Ю. И. Координатометрия при радиоконтроле. — Пермь, 2015.

Логинов Ю. И. Способы пассивной радиолокации : электронное научное издание. — Казань : Издательство «Бук», 2019, с387

Логинов Ю. И. Способы однопозиционной радиокоординатометрии : электронное научное издание. — Казань : Издательство «Бук», 2019, с197.

Eml: [loginov1934@001.vt.perm.ru](mailto:loginov1934@001.vt.perm.ru); svetlanaportnago@yandex.ru

Тел. 8 902 636 3588 ,8 812 596 6240